里堂學算記五種

加減乘除釋卷四

江都焦循學

受除者爲實所以除之者爲法實如法而一爲法除考諸算經於乘不言法實於除乃云實如法而一蓋乘法可以相通故實與法之名不必立除法不容倒置故實與法必嚴以爲限也實如法而一者實與法相等則得一推此實倍於法則得二再倍於法則得三也夏侯陽算經云凡算者有五乘五除一曰法除此之謂也倘不如法則不足於一宜降一位可知矣授時術有定子法其法十定一百定二千定三萬定

四十萬定五百萬定六千萬定七萬萬定八不滿法去一滿法即實如法也不滿法去一即降一位也梅勿菴説之云不論十百千萬之等惟論自一至九之數假如以八十除六百亦爲不滿法若以八百除九十亦爲滿法皆以得數有進位不進位而分算中精理也循按以八十除六百已於六百之二子減去一子爲十不滿法又減去一子爲單蓋旣減百之於十又減八之於六非止減八之於六不減百之於十也乘法自單長至十而後自十長至百至千至萬則除法自萬減至千至百至十亦必自十減至單理之一

定數之必然梅氏以爲精理實平易無他奇也

法	法	法	法	法	法	法

一	實	實	實	實	實	實	實
二	實	實	實	實	實	實	實
三	實	實	實	實	實	實	實

以法爲母以實爲子是爲命分法除以總數爲實命分以一數爲實

命分之法卽除之理如二人分一百枚人得五十此除得實數也然五十卽二分之一則謂之二分之一亦可矣又如四人分三枚人得大半枚彊此大半枚

彊者卽四分枚之三又若三人分六枚人得二枚此二枚者卽三分枚之六蓋在三枚爲四分之一在一枚則爲四分之三在六枚爲三分之一在一枚則爲三分之六曰實如法而一自三枚六枚言之也曰幾分之幾自一枚言之也幾分幾之一猶幾分一之幾也

丁	丙	丙	乙	甲	甲
丁	丁	丙	乙	乙	甲

四分三之一卽四分一之三

丙	丙	乙	乙	甲	甲
丙		乙		甲	
丙	丙	乙	乙	甲	甲
丙		乙		甲	

三分六之一卽三分一之六

滿法用法除不滿法用命分

九章算術方田章云不滿法者以法命之孫子算經云實有餘者以法命之循謂滿法亦可命分如前云三分枚之六是也但正數可得則不必不法除正數已得則不必不命分或法除之不盡者用命分以盡之皆從其便也實有餘亦謂正數既得而尚有待除者也少廣開方術云若開之不盡者爲不可開當以面命之劉氏注云術或有以借算加定法而命分者雖麤相近不可因也凡開積爲方方之自乘當還復其積分令不加借算而命分則常微少其加借算而命分則又微多其數不可得而定故以面命之爲不

失耳𨻶猶以三除十以其餘爲三分之一而復其數可舉不以爲命之加定法如前求其微數微數無名者以爲分子其一退以十爲母其再退以百爲母退之彌下其分彌細則朱幂雖有所乘之數不足言之也循案五經算術於論語千乘之國用開方法旣得九萬四千八百六十八數有未盡乃命分云倍隅法得一十六上從方法下法一亦從之得一十八萬九千七百三十七分步之六萬二千五百七十六此以定法加借算也孫子算經開方積二十三萬四千五百六十七步旣得四百八十四步尚有未盡乃命分

云倍隅法從方法上商得四百八十四下法得九百六十八不盡三百一十一是爲九百六十八分步之三百一十一此定法不加借算也蓋除豫有定法開方除不豫有定法故先借一算列位以求之求得數即得法數定而後法定逐漸而得數亦逐漸而得法因亦逐漸而借算初借之一數方也方有數矣又借一數則隅也所餘之實乃兩方邊一隅邊之所除今倍方爲兩方邊隅邊之數則正未豫知遂姑以虛借之一數合兩方邊之數以爲分母而究之分母終非眞數焉得隅數之盡巧合於一哉設積一百二十一開方之初商得一

十餘二十一不盡乃倍方方爲二十加虛借之一合二
十一以爲母是二十一分之二十一巧合於一十一
劉氏以爲不定而不可用是也商命之說今不依用
亦未有詳之者審其於開方術云言百之商十也言
萬之商百也又云倍之者豫張兩商又云再以黃乙
之商加定法是商即指方邊而言故以三分之一言
之積十初商三減去實之九餘實一命爲三分之一
亦以三爲方邊也但此據一邊爲母謂之不失恐亦
未然因又有求微數爲分子之說何也據一邊言則
止有一廉已變平方爲縱方故必開至豪忽微秒以
下無名可言然後命分於一邊爲數無多不見縱方

之形。故曰。不足言之也。非定術。不爲立例。而辨之於此。

滿法者爲全。以母乘全得積分。以子入之。爲內子。別以數乘之。爲乘散。據法以命實。爲命分。化母以就子。爲通分。

劉氏注九章算術云。分母乘全。內子乘散全則爲積分。積分則與分子相通。故可令相從。張邱建算經云。以九乘二十一五分之三。問得幾何。答曰。一百九十四五分之二。草曰。置二十一。以分母五乘之。內子三。得一百八。以九乘之。得九百七十二。循案通分內子

之義劉氏數語了然張邱建劉孝孫足以發明之蓋九者散也二十一者全也五者母也三者子也二十一爲法除實之得數三爲實所餘之數欲以九乘之則枘鑿不相入必仍以二十一乘母之五得原數而後與子相通內子得原積矣得原積而後乘散數之九乃不得也如一斤爲十六兩則十六兩爲法亦爲母足十六兩得一斤之全不足十六兩則不得一斤之全而爲子數今有二十一斤三兩是二十一斤十六分斤之三也以十六兩乘二十一斤則化二十一斤爲三百三十六兩然後與三兩相通可內三兩爲

三百三十九兩也又如一年爲十二月則十二月爲法亦爲母足十二月得一年之全不足十二月則不得一年之全而爲子數今有二十一年零三月是二十一年十二分年之三也以十二月乘二十一年則化二十一年爲二百五十二月然後與三月相通內三月爲二百五十五月也因其不能成斤而命之爲兩不能成年而命之爲月是命分也因兩之不能成斤而化斤以就兩因月之不能成年而化年以就月是通分也有命分因有通分通分出於命分二者實相表裏矣

通分以乘散以法收之得全乘子而過母以法收之亦得全

劉氏九章算術注云凡實不滿法者乃有母子之名若有分以乘其實而長之則亦滿法乃爲全耳張邱建算經草云置二十一以分母五乘之內子三得一百八以九乘之得九百七十二卻以分母五而一按以分母五而一者仍收所通爲全得一百九十四又五分之二也九章算術云三分之二七分之四九分之五合之得幾何答曰得一六十三分之五十按三七九連乘得一百八十九約之爲六十三互乘二四

五爲三百三十九過母數故升一百八十九爲全數之一餘一百五十亦約爲五十故得全數一又六十三分之五十也

倍其母則子半半其母則子倍

母子之名起於帶分亦通於諸率如若干物若干價則物母而價子若干邑若干人則邑母而人子設艮馬二匹值錢千貫欲倍之則倍千貫爲二千貫可也半二匹爲一匹亦可也半二匹爲一匹子不倍而自倍矣設嘉穀一石值錢一千六百欲半之則半一千六百爲八百可也倍一石爲二石亦可也倍一石爲

二石子不半而自半矣劉氏注云子不可半者倍其母倍半之用異而同也開方術云除已倍法爲定法初商得平方尚有餘實必分加於四面而補其四隅半其四面爲二廉卽省其四隅爲一隅是卽可半而半之義於四爲半於一爲倍此用倍正用半之妙也弦自乘而半之如廣自乘之積則廣自乘而倍之如弦自乘之積句自乘股自乘相并猶廣自乘而倍之也弦自乘方積中以股自乘爲正方則句自乘必爲兩廉一隅如開方狀股弦差自乘卽隅股弦差乘股卽廉以股弦差乘句積卽兩廉一隅相連之縱方故

以股弦差乘句積，視兩股則多一差，視兩弦則少一差，多一差，故減差而半之，得股，少一差，故加差而半之得弦。張邱建算經葭去岸尺數自相乘，以出水尺數而一，所得加出水而半之，得葭長，減出水尺數，即得水深。葢水深爲股，葭長爲弦，出水爲股弦差，葭去岸尺數爲句也。九章算術葭池術云半池方自乘，以出水一尺自乘減之，餘倍出水除之，即得水深，加出水數得葭長。此亦以水深爲股，葭長爲弦，出水爲股弦差，葭去岸爲句，乃不用半而用倍者，以差乘句積而半之，與倍差乘句積其義一也。又題

云立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺而
索盡術云以去本自乘令如委數而一所得加委地
數而半之卽索長又題云垣高一丈倚木於垣高與
垣齊引木卻行一尺其木至地術云以垣高自乘如
卻行尺數而一所得以加卻行尺數半之卽木長數
二者卽張邱建求葭長之法又題云竹高一丈末折
抵地去本三尺問折者高幾何術曰以去本自乘令
如高而一所得以減竹高而半其餘卽折者之高此
去本爲句高爲股弦并以股弦差除句積得股弦并
則以股弦并除句積得股弦差減差而半之得股猶

減出水而半之得水深也是用半正用倍之妙也鏇道術云圓材以鏇鏇之深一寸鏇道長一尺半鏇道自乘如深寸而一以深寸增之即材徑蓋材徑爲弦鏇道爲句深寸爲股弦差之半就鏇道則必倍深寸以除鏇道之自乘而半之今就深寸則半鏇道自乘而以深寸除之所得爲半徑者二合之正爲全徑不必更半之也又術云開門去閫一尺不合二寸問門廣幾何以去閫一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣此門廣如材徑以爲股則去閫之一尺僅得句之半必倍之自乘以不合

二寸爲股弦差除之減差而半之乃得廣今不倍去闆之一尺故必半不合之二寸既半不合之二寸故不必半已除之句積鎌道之半在差故半句同於倍差門廣之半在句故半差同於倍句也又題云戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何術云令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶廣加相多之半即戶高劉氏注云弦冪適滿萬寸倍之減句股差冪開方除之所得即句股并數以差減并而半之即戶廣加相多之數即戶高今此術先求其半蓋

弦自乘爲句股者四，爲句股差自乘者一，倍之則爲句股者八，爲句股差自乘者二，若句股并自乘則爲句股者八，爲句股差自乘者一，於弦自乘倍之，而減一句股差之自乘，適得句股并之自乘，故開方之卽得句股并，得句股并，則加差而半之得股，減差而半之得句，欲得句股并，故倍之於前，欲得句股，故半之於後，此劉氏注義也，經乃半相多自乘倍之減實者相多，卽句股差，半而自乘，而又倍之，卽相多自乘而半之也，弦自乘之實，爲句股四，爲句股差自乘者一，減去差自乘之半，是餘句股四，及差自乘之半，復於

此所餘者而半之是得句股差自乘者四分之一亦即爲句股并自乘者四分之一開方得句股并之半故在句股并加差者在此加差之半在句股并減差者在此減差之半本爲句股并之半則不必更爲半之故曰先求其半其用倍用半之通亦鏤道門廣之義也容圓術云八步爲句十五步爲股爲之求弦三位并之爲法以句乘股倍之爲實實如法得徑一步蓋句乘股得積以句股弦并而除之即圓半徑倍積而後除猶既除而後倍也若以句乘股爲子句股弦并爲母并句股弦而半之則不必倍句乘股

之積矣商功芻甍術云倍下袤上袤從之以廣乘之又以高乘之六而一芻童術云倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之并以高若深乘之皆六而一蓋立方邪剖爲二曰塹堵邪剖爲三曰陽馬二塹堵背連兩端各附以二陽馬曰芻甍一立方四塹堵四陽馬相連曰芻童二者之高及下袤下廣皆同於立方袤廣高三者相乘爲立方較芻甍多二塹堵八陽馬較芻童多四塹堵八陽馬均不便於算故倍下袤乘爲兩立方則爲塹堵者八爲陽馬者二十四又以上袤與高廣相乘爲立方爲塹堵者四合

之得塹堵十二陽馬二十四恰當六芻甍之數倍芻童之下袤乘下廣及高則爲立方者二爲塹堵者十六爲陽馬者二十四上袤從之則爲立方者一爲塹堵者四上袤承下廣故有兩旁無四隅又倍上袤乘上廣及高則爲立方者二下袤從之則爲立方者一爲塹堵者四合之得立方六塹堵陽馬各二十四亦恰當六芻童之數劉氏注芻甍云亦可令上下袤差乘廣以高乘之三而一卽四陽馬下廣乘上袤而半之高乘之卽二塹堵并之以爲甍積經合陽馬於塹堵故倍之以合其數注分陽馬於塹堵故半之以得其實也注芻童

云又可令上下廣袤差相乘以高乘之三而一上下廣袤互相乘并而半之以高乘之并之爲芻蕘積此亦分陽馬塹堵義如芻甍注又云又可令上下廣袤互相乘而半之上下廣袤又各自乘并以高乘之三而一即得蓋上下廣袤各乘爲平方又各乘以高爲大小兩立方得立方二形如小立方塹堵八陽馬十二大立方多於小立方之形是兩芻甍多四陽馬也三芻甍少一立方四塹堵也上下廣袤互相乘而乘以高是成兩縱方體爲立方者二爲塹堵者八兩芻甍少八陽馬也合之是四芻甍多四陽馬也試以廣袤各自乘者爲母

廣袤互相乘者爲子母多四陽馬子少八陽馬若倍母爲四芻甍則多八陽馬正與子盈虛相補而恰成六芻甍也若半子爲一芻甍則少四陽馬亦正與母盈虛相補而恰成三芻甍也就其母則半其子就其子則倍其母舉一反三術可知矣塹堵陽馬出於立方詳見於前此弟以明用倍用半之義爾

甲　乙
丙　丁

甲　乙
丙　丁

甲乙爲母甲丙爲子同爲積數之八以母二除之得子四半二除之得子八倍四除之得母一

右母爲前甲乙丙丁之積者二
則多四

右子爲前甲乙丙丁之積者二
則少八

倍母二爲四則多八

以母之多八補子之少八則

合成甲乙丙丁之積者六

不倍其母則半其子

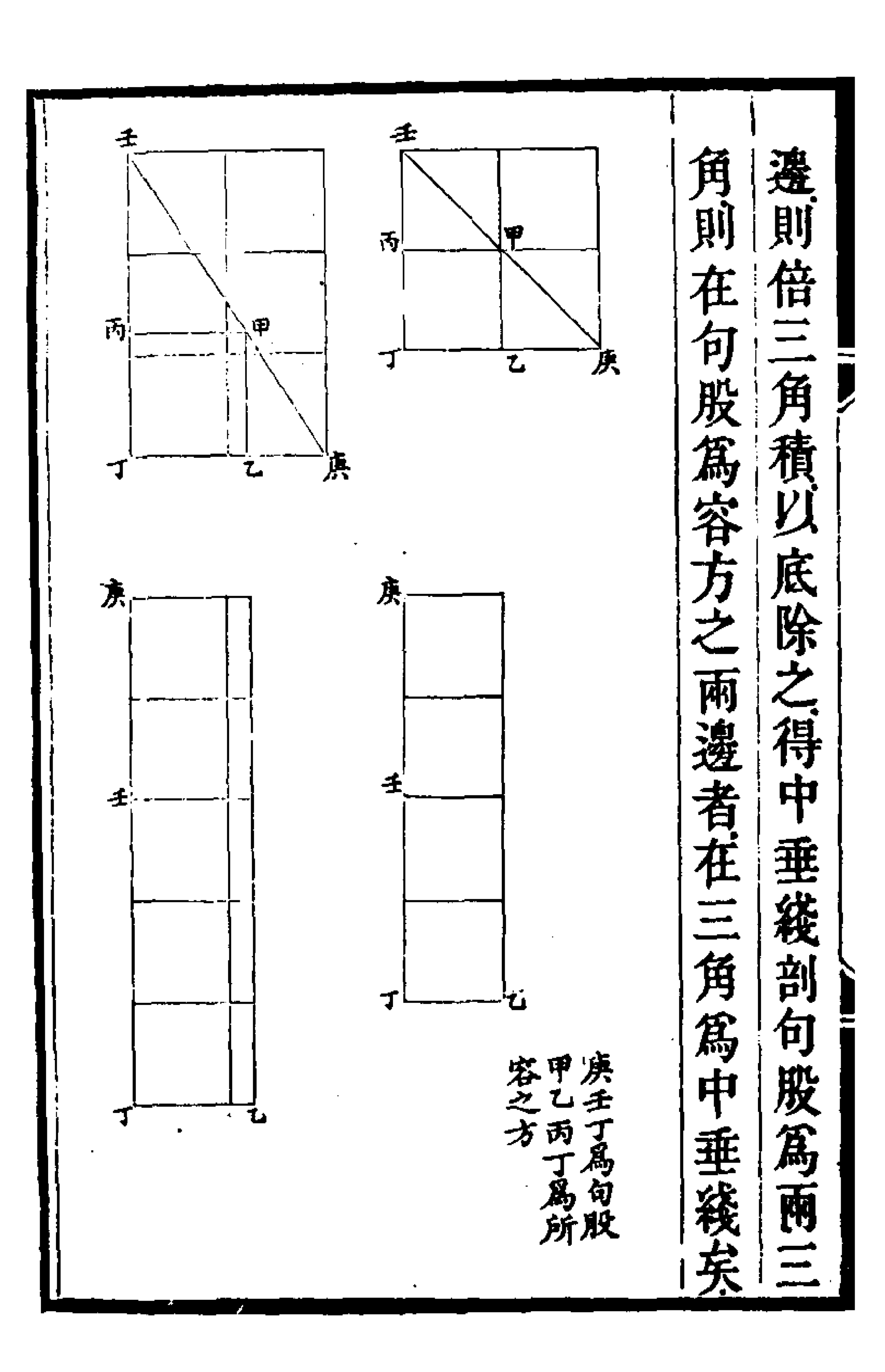
半子之八爲四則爲甲乙丙丁之積者少四以消母之所多爲甲乙丙丁之積者三

母之所增視全母爲幾分則子之所減亦視全子爲幾分母之所減視全母爲幾分則子之所增亦視全子爲幾分

母子倍半之互易除法之理已不外是由倍半而推之則無論增減幾分皆可以倍半互易之理例之如以三除九得三倍三爲六以除九則得一五爲三之半再倍三爲九以除九則得一九之於三爲增三分之二一之於三爲減三分之二又如句三股四相乘爲十二若倍三爲六以除十二則股得二爲四之半或增股爲六以除十二則句得二六之於四猶三之

於二也句股容方術云并句股爲法句股相乘爲實實如法而一按句股相乘即方積也并句於股即母子倍半之術也設正方之積四旁午畫之則爲方一者四以弦斜界之所容一方正其一邊之半蓋二除四爲二并二於二爲四以除四則得一既爲二之半亦即爲容方之邊矣正方如是縱方可知句六股十二相乘積七十二並六於十二爲十八以除七十二得四即容方之邊而六於十八爲三分之一二於六亦三分之一增四減二其義一也於是分容方之兩邊即爲中垂綫倍句股積并句股除之得容方之兩

邊則倍三角積以底除之得中垂綫剖句股爲兩三角則在句股爲容方之兩邊者在三角爲中垂綫矣



庚壬丁句股形自甲丁分之爲兩三角形一爲甲庚丁以甲乙爲中垂綫一爲壬甲丁以甲丙爲中垂綫合兩中垂綫即爲容方

倍甲庚丁以庚丁除之得丙丁即得甲乙倍壬甲丁以壬丁除之得乙丁即得甲丙

分其母爲幾倍之多、子亦視其母之幾倍而分之、并其母爲幾倍之損子亦視其母之幾倍而并之、爲約除、母倍則子半、母半則子倍、此倍半於母子原數之外也、母倍子亦倍、母半子亦半、此倍半於母子原數之中也、九章算術明諸分之理、首詳約分、題曰、今有十

八分之十二問約之得幾何答曰三分之二又曰有九十一分之四十九問約之得幾何答曰十三分之七術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之劉氏注云約分者物之數量不可悉全必以分言之分之爲數緐則難用設有四分之二者緐而言之亦可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸爾按以十八半爲九十二半爲六爲九分之六所謂可半者半之也以十八減十二餘六即以六除母子爲三分之二六除十八爲三六除十二爲二所謂副置分母

以少減多也，以九十一減四十九餘四十二，又以四十二減四十九餘七，所謂更相減損也。蓋母較子爲若干倍，以其積數言之可也，以其倍數統言之，亦可也。子本一數，則以母遞減得其同，子本二倍三倍以上，則必以母子互減而得其同。（詳見卷一）同者數之根，故以根約爲母子也。不曰除曰約者，化繇爲約之謂也，乃化繇爲約者，亦可化約爲繇，古人適於用，故不備其義爾。孫子算經題云，今有九家共輸租一千斛，甲出三十五，乙出四十六，丙出五十七，丁出六十八，戊出七十九，己出八十，庚出一百，辛出二百一十，壬出

三百二十五，僦運値折二百斛外，問家各幾何，術以各家所出之率，以四乘之，以五除之，按此九家出率，合得一千，其輸之二千，折去二百，存八百，是宜以一千爲首率，八百爲二率，與各家出率，異乘同除，而得各家之數，今不用一千八百，而用五四者，五爲一千之半，四爲八百之半，可半而半之也，是故粟率五十，糳米二十四，菽荅麻麥各四十五，而求粟爲糳米之法，十二之二十五而一，十二者，糳米率之半也，二十五者粟率之半也，又均輸有人當禀率二斛，倉無粟，欲與米一菽二，李淳風云，置粟率五，乘米一，米率三

除之粟率十以乘菽二菽率九除之粟率十者五十之倍也菽率九者四十五之倍也母倍子亦倍母半子亦半此可例矣

四十八分之一

剖四爲八

八分之六

八分之四

八分之二

十二分之一

并八爲四

四分之三

四分之二

四分之一

二之一　四之二　六之三　八之四　十之五
十二之六　十四之七　十六之八　十八之九
三之一　六之二　九之三　十二之四　十五之
五　十八之六　二十一之七　二十四之八
二十七之九
三之二　六之四　九之六　十二之八　十五之
十　十八之十二　二十一之十四　二十四之
十六　二十七之十八
四之一　八之二　十二之三　十六之四　二十
之五　二十四之六　二十八之七　三十二之

八　三十六之九
四之二　八之四　十二之六　十六之八　二十
之十　二十四之十二　二十八之十四　三十
二之十六　三十六之十八
四之三　八之六　十二之九　十六之十二　二
十之十五　二十四之十八　二十八之二十一
三十二之二十四　三十六之二十七
五之一　十之二　十五之三　二十之四　二十
五之五　三十之六　三十五之七　四十之八
四十五之九

五之二　十之四　十五之六　二十之八　二十
五之十　三十之十二　三十五之十四　四十
之十六　四十五之十八
五之三　十之六　十五之九　二十之十二　二
十五之十五　三十之十八　三十五之二十一
四十之二十四　四十五之二十七
五之四　十之八　十五之十二　二十之十六
二十五之二十　三十之二十四　三十五之二
十八　四十之三十二　四十五之三十六
六之一　十二之二　十八之三　二十四之四

三十之五　三十六之六　四十二之七　四十
八之八　五十四之九
六之二　十二之四　十八之六　二十四之八
三十之十　三十六之十二　四十二之十四
四十八之十六　五十四之十八
六之三　十二之六　十八之九　二十四之十二
三十之十五　三十六之十八　四十二之二
十一　四十八之二十四　五十四之二十七
六之四　十二之八　十八之十二　二十四之十
六　三十之二十　三十六之二十四　四十二

之二十八　四十八之三十二　五十四之三十

六

六之五　十二之十　十八之十五　二十四之二

十　三十之二十五　三十六之三十　四十二

之三十五　四十八之四十　五十四之四十八

七之一　十四之二　二十一之三　二十八之四

三十五之五　四十二之六　四十九之七

五十六之八　六十三之九

七之二　十四之四　二十一之六　二十八之八

三十五之十　四十二之十二　四十九之十

四　五十六之十六　六十三之十八

七之三　十四之六　二十一之九　二十八之十

二　三十五之十五　四十二之十八　四十九

之二十一　五十六之二十四　六十三之二十

七

七之四　十四之八　二十一之十二　二十八之

十六　三十五之二十　四十二之二十四　四

十九之二十八　五十六之三十二　六十三之

三十六

七之五　十四之十　二十一之十五　二十八之

二十　三十五之二十五　四十二之三十　四
十九之三十五　五十六之四十　六十三之四
十五
七之六　十四之十二　二十一之十八　二十八
之二十四　三十五之三十　四十二之三十六
四十九之四十二　五十六之四十八　六十
三之五十四
八之一　十六之二　二十四之三　三十二之四
四十之五　四十八之六　五十六之七　六
十四之八　七十二之九

八之二　十六之四　二十四之六　三十二之八
四十之十　四十八之十二　五十六之十四
六十四之十六　七十二之十八
八之三　十六之六　二十四之九　三十二之十
二　四十之十五　四十八之十八　五十六之
二十一　六十四之二十四　七十二之二十七
八之四　十六之八　二十四之十二　三十二之
十六　四十之二十　四十八之二十四　五十
六之二十八　六十四之三十二　七十二之三
十六

八之五　十六之十　二十四之十五　三十二之
二十　四十之二十五　四十八之三十　五十
六之三十五　六十四之四十　七十二之四十
五
八之六　十六之十二　二十四之十八　三十二
之二十四　四十之三十　四十八之三十六
五十六之四十二　六十四之四十八　七十二
之五十四
八之七　十六之十四　二十四之二十一　三十
二之二十八　四十之三十五　四十八之四十

二　五十六之四十九　六十四之五十六　七
十二之六十三
九之一　十八之二　二十七之三　三十六之四
四十五之五　五十四之六　六十三之七
七十二之八　八十一之九
九之二　十八之四　二十七之六　三十六之八
四十五之十　五十四之十二　六十三之四
七十二之十六　八十一之十八
九之三　十八之六　二十七之九　三十六之十
二　四十五之十五　五十四之十八　六十三

之二十一　七十二之二十四　八十一之二十
七
九之四　十八之八　二十七之十二　三十六之
十六　四十五之二十　五十四之二十四　六
十三之二十八　七十二之三十二　八十一之
三十六
九之五　十八之十　二十七之十五　三十六之
二十　四十五之二十五　五十四之三十　六
十三之三十五　七十二之四十　八十一之四
十五

九之六　十八之十二　二十七之十八　三十六
之二十四　四十五之三十　五十四之三十六
六十三之四十二　七十二之四十八　八十
一之五十四
九之七　十八之十四　二十七之二十一　三十
六之二十八　四十五之三十五　五十四之四
十二　六十三之四十九　七十二之五十六
八十一之六十三
九之八　十八之十六　二十七之二十四　三十
六之三十二　四十五之四十　五十四之四十

八　六十三之五十六　七十二之六十四　八

十一之七十二

自乘則母有二必由一母求二母之通分再自乘則母有三必由一母求三母之通分

九章少廣開方術云實有分者通分內子爲定實乃開之訖開其母報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一李淳風云分母可開者並通之積先合二母既開之後一母尚存故開分母求一母爲法以報除也分母不可開者本一母也又以母乘之乃合二母既開之後亦一母存焉故令如母

而一得全面也循按二母者平方之邊一也方邊自乘之數二也如方七十里國二十一則方七十里爲母不足七十里爲子若方三十里則云七十分國之三十矣此一母也乃方七十則積四千九百里以此積爲母亦以方三十里之積九百爲子又云四千九百分國之九百矣是又一母也以此二十一國開方通其分爲一千四百七十（二十一乘七十）不可以開必通爲十萬口口二千九百（二十一乘四千九百）而後可開既開得數以四千九百除之即得每面若干國問者舉積十萬口口二千九百及母數四千九百者必以四千九百

開方得七十爲母以除得每面國數所謂開其母報除也若止舉七十里爲母則必以七十自乘得四千九百合爲十萬ㄖㄖ二千九百既開以七十除之所謂以母再乘定實也和而開之是母之四千九百已合入十萬ㄖㄖ二千九百矣所謂分母可開者並通之積也邊化於積中所謂先合二一母也所開者積所得者邊是一母存也舉積可開舉邊不可開積二一母邊一母故曰本一母也又以母乘之乃合二一母者求得積邊數化於其中也本是邊不必再求故如母而一即得也總之實宜用積不可用邊故必合二一母報

除宜用邊不可用積故必求一母明乎一母二母之理開方之能事盡矣二母如是三母可知三母者立方之積也邊爲一母冪爲二母立方體爲三母開立方術云積有分者通分內子爲定實定實乃開之訖開其母以報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一李淳風云分母可開者並通之積先合三母既開之後一母尚存故開分母求一母爲法以報除也分母不可開者本一母也又以母再乘之令合三母既開之後一母猶存故令如母而一其術與平方二母同如方明之制方四尺設有八枚

欲合爲立方問根幾何每方四尺爲一母自乘十六尺爲二母再乘六十四尺爲三母必以八枚乘三母之數爲五百一十二尺以此開立方得八尺是不可以六十四除之亦不可以十六除之必仍以一母之四尺除之得二是爲每邊得二方明也

一分母可開者

以母再乘定實

倍其子爲實倍其母爲法除之如母除子之數以子之差爲實以母之差爲法除之亦得母除子之數以倍子乘倍母以一數除之如除子乘母之數以子差乘母差以一數除之亦如除子乘母之數

方程之術於齊同之後繼以減除蓋凡母子兩數用

其全以除全與用其零以除零其理正同若甲三乙四丙五以三乘五爲一十五以四乘五爲二十并三四爲七并一十五與二十爲二十五以七除之得五若以四減三爲一以一十五減二十爲五以一除五亦得五方程以兩色爲和較而每色相當旣減去其一色則所餘之差卽一色之差故除之而得也若盈不足於齊同之後以出率相減爲法以乘盈朒之并數蓋盈不足本整數之差不必更減而卽爲以差除差兩盈兩朒則又必差中求差而後以差減差也差分本以差爲名故貴賤之數全以用差除差爲巧葢

既以賤價乘總物，必少於總價之數，其所少正貴物總價多於賤物總價之數，而以貴物之價多於賤物者除之，以差除差，而得貴物價矣。以貴價乘總物，必多於總價之數，其所多正賤物總價少於貴物總價之數，而以賤物之價少於貴物者除之，亦以差除差，而得賤物價矣。梅氏於乘法還原，有九試七試之法，以九與七減法實，得餘法餘實之數，又用以減法乘實之數，及餘法乘餘實之數，所餘必等，此即以差爲母子之理。法乘實之數，以九減之，如是法差實差所乘之數，以九減之，亦如是，以此數減之，不啻以此數

除之。用九用七。可也。用二三四五六八。亦可也。

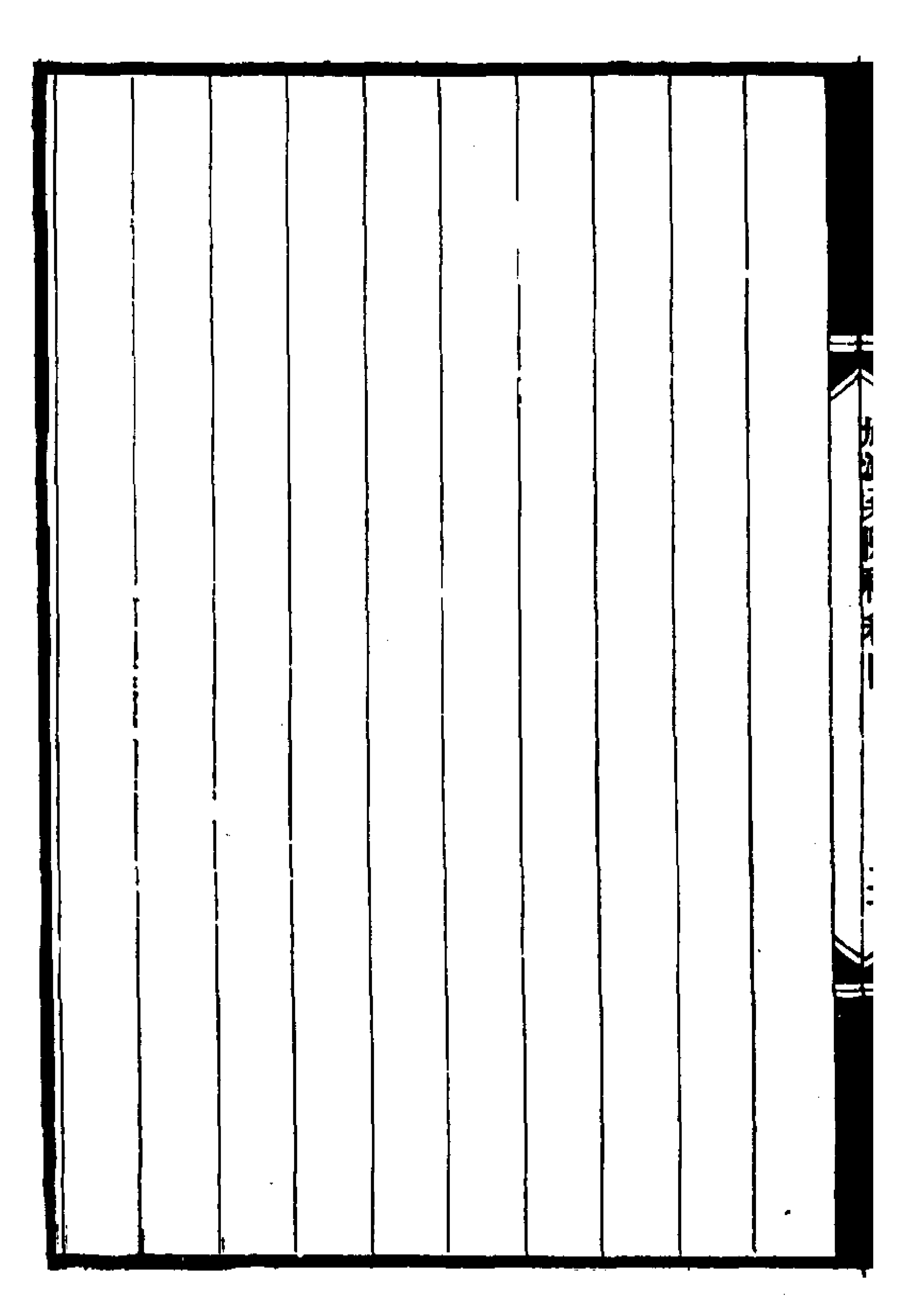
直以母除子爲徑分。不可徑分。而徑分之。得貴賤之數。謂之法賤實貴。

今有貴賤差分之術。卽粟米章貴賤之術也。其術於錢多物少者。以錢爲實。物爲法。除之。其不盡者。卽貴物之數。復以此數減法所餘。卽賤物之數。錢少物多者。以錢爲法。物爲實。除之。其不盡者。卽多物之價。復以此價減法所餘。卽少物之價。經曰。法賤實貴。法少實多是也。李淳風注釋云。乘實宜以多。乘法宜以少。葢旣得物價。欲由價求物數。故以少物乘少價之共

數得少價之共物以多物乘多價之共數得多價之共物推此既得物數欲由物求物價則以貴價乘貴物之共數得貴價之共數以賤價乘賤物之共數得賤價之共數古謂之其率返其率不以貴賤爲術名也今貴賤衰分不用經除用經乘者古以共數求之故用除貴賤衰分有出率以出率求之故反乎除而用乘用除則以實之餘減法用乘則以實之餘減共數術詳於古其究不外其率反其率之二術也經除者九章方田謂之經分粟米謂之經率題云出錢一百六十買甂甓十八枚問枚幾何術曰以所買率爲

法所出錢數爲實實如法得一李淳風注釋云按今有之義以所求率乘所有數合以瓴甓一枚乘錢一百六十爲實但以一乘不長故不復乘是以徑將所買之率與所出之錢爲法實也此即除法之常因以共價共物求一物之價有似於今有術而三率爲單數可省一乘此經之所以名也貴賤兩數不可一除而即得而一除可以得貴數故不可徑除而亦徑除之常推其術之意凡句股形有一角一邊可以求邊三角形則一角一邊不可以求邊乃不可以求而徑求之遂得垂綫再由垂綫而得邊此即貴賤衰分用

徑乘徑除之理也明於其理而貫通之天下焉有死法與



加減乘除釋卷五

江都焦循學

以朒減盈合減數差數必與盈數等以兩朒減一盈合減數之兩朒與差數必與盈數等以一朒減兩數之盈（或兩盈或一朒一盈或兩朒合之皆盈於一朒）合減數差數必與兩數之盈等盈數爲和減數差數爲較分和卽爲較合較卽爲和和常在盈較常在朒以兩較言之較亦有盈以兩和言之盈亦有朒

加減之法婦孺所其知然其理至精其用至奥在算數如方程在測量如矢較及其精微不過加減而已

爲推其例大略有三曰以朒減盈兩色方程之和較也曰以兩朒減一盈曰以一朒減兩數之盈三色方程之和較也四色五色以上皆可以此爲例以朒減盈分一爲二也以兩朒減一盈分一爲三也以一朒減兩數之盈合二爲一又互分一爲二也分一爲二則一即二之和二即一之較也分一爲三則一即三之和三即一之較也合二爲一又分一爲二則合爲分之和分爲合之較也

一

二減一餘一

三減一餘二 減二餘一
四減一餘三 減三餘一 減二餘二
五減一餘四 減四餘一 減二餘三 減三餘
二
六減一餘五 減五餘一 減二餘四 減四餘
二減三餘三
七減一餘六 減六餘一 減二餘五 減五餘
二減三餘四 減四餘三
八減一餘七 減七餘一 減二餘六 減六餘
二減三餘五 減五餘三 減四餘四

九　減一餘八　減八餘一　減二餘七　減七餘
二　減三餘六　減六餘三　減四餘五　減
五餘四
右以朒減盈
一
二
三　減一一餘一
四　減一一餘二　減一二餘一
五　減一一餘三　減一二餘二　減一三餘一
減二二餘一

六 減一一餘四 減一二餘三 減一三餘二

減一四餘一 減二二餘二 減二三餘一

七 減一一餘五 減一二餘四 減一三餘三

減一四餘二 減一五餘一 減二二餘三

減二三餘二 減二四餘一 減三三餘一

八 減一一餘六 減一二餘五 減一三餘四

減一四餘三 減一五餘二 減一六餘一

減二二餘四 減二三餘三 減二四餘二

減二五餘一 減三三餘二 減三四餘一

九 減一一餘七 減一二餘六 減一三餘五

減一四餘四　減一五餘三　減一六餘二

減一七餘一　減二三餘五　減二三餘四

減二四餘三　減二五餘二　減二六餘一

減三三餘三　減三四餘二　減三五餘一

減四四餘一

右以兩朒減一盈

一一

一二

一三　三二

一四　二三

一五　二四　三三

一六　二五　三四

一七　二六　三五　四四

一八　二七　三六　四五

一九　二八　三七　四六　五五

一一十　二九　三八　四七　五六

一十一　二一十　三九　四八　五七　六六

一十二　二十一　三一十　四九　五八　六七

一十三　二十二　三十一　四一十　五九　六八　七七

一十四　二十三　三十二　四十一　五一十　六九　七八

一十五　二十四　三十三　四十二　五十一　六一十　七九
八八

一十六　二十五　三十四　四十三　五十二　六十一　七一十
八九

一十七　二十六　三十五　四十四　五十三　六十二　七十一
八一十　九九

右以一朒減兩數之盈（如一減二二餘三，二減一三餘二）

自一行言之，和較因加減而後名；自兩行言之，加減因和較而始定（一行兩行詳見後圖）。以和較言之，因加減而有盈朒；以加減言之，因盈朒以生和較。以朒減盈，必有一和兩

較和較純盈朒純則用加減純所得和從乎和較從乎較和較互盈朒純則用加減互所得和從乎和之盈較從乎較和較純盈朒互則用加減純所加得之和從乎和減得之和從乎較之盈和較互盈朒互則用加減互所加得之和從乎和之盈減得之和從乎較之盈

九章算術於方程一章設爲禾秉牛羊燕雀等術有云上若干中若干下若干實若干題之曰方程李淳風注釋云此都術也蓋上列較數下列和數爲方程之正故又有云如方程損之曰益益之曰損損益者即相較之差也又有云如方程以正負術入之正負

術云同名相除異名相益正無入負之負無入正之其異名相除同名相益正無入正之負無入負之李籍音義云正與正同名負與負同名同名相除則異名者相益異名相除則同名者相益一正一負相反而相爲用此解正負至精至當元明以來不知正負之旨於是以空位立負往往推之不可以通梅勿菴反復推求撰論六卷痛斥立負之非遂株連於異減同加之術而以爲誤立四例曰和曰較曰和和較雜曰和較變又定爲同名相加減異名相減加之例於是有變正爲負變負爲正之說使首位皆爲同名法之畫一

非同偶中誠爲不朽之功然求乎加減之原則和較正負之名皆爲倚設非其本也梅勿菴句股舉隅說窺望海島云程賓渠著算法統宗頗能備九章其句股章言劉徽注九章立重差之法以窺望海島爲篇目迨後唐李淳風宋揚輝釋名圖解以彰前美劉李諸君之書必有精義而世不多有梅氏此說蓋未見劉氏九章注也循嘗細推究之方程設問列兩率於上下言總數者舉和數以求較數也列兩率於上下言差數者舉較數以求和數較數也今專就所舉以爲名目已爲偏指若正負之立第用之以標同異非若盈不足術之同名異名爲加減一定之臬正負標明或同減而異加或同加而異減如李籍所注非不畫一易辨今膠柱

於同減異加，必斥去同加異減之說，而別立爲正負交變之法，恐轉不免於拘，且緐於舊術矣。蓋推夫加減之原，不獨和較之名，不可彊分，卽正負之名，亦不必假設也。方程之術，必以和較並立，有和較較者，有較和較者，有較較和者，兩行皆較較和，卽勿菴之和數，兩行皆和較較，或皆較和較，卽勿菴之較數，一行較較和，一行和較較，卽勿菴之和較雜，兩和相當，或兩較相當，卽兩正兩負之同名，一和一較相當，卽一正一負之異名，加減所得，和從和，較從較，則勿菴之所謂不變，較從乎和，和從乎較，則勿菴之所謂和較

變試細推之和較純盈朒純者和較爲本行之盈朒盈朒爲隔行之和較皆純則一行均盈一行均朒以和加和以和減和仍得和以較加較以較減較仍得較列位本無糅雜則加減亦不得糅雜加減不糅雜所得之和較亦自無糅雜也或兩行之盈朒雖純而和較相互以和當較以較當和以較當較是兩異名一同名異加則同減異減則同加故加減亦互也蓋以和加較以較加和互相消息而多少相補既齊其所不齊而別爲新差故兩較相減亦齊其所不齊而別爲新差也若齊其不齊遂無差數則爲適足矣以

和減較以較減和是盈中所減者少朒中所減者多則此率之差必增於原差而所以增者即緣彼率之有差彼率以差相減即以差相予新予之差旣受原有之差亦存詳見卷一故并兩較而適如所減兩數相減之差也此兩較加減之所以仍得較兩較旣仍得較則和必從乎一和一較矣一和一較有兩則兩和必有一盈于兩較中去一和而償一較則此和數中多彼一較數矣故減去此較數而和仍爲和於兩較中去一較而償一和則和數中少彼一較矣故加此較數而和亦仍爲和此和從乎和之盈也若和之朒者

其兩較之加減皆必從乎彼率烏得仍爲和數乎其或和較既互盈朒亦互其加減互用之理同乎前而所得之和較則有異然所得和較之異屬於減不屬於加何也所異於盈朒純者惟左右之互易亦既左右相加遂無分於孰左孰右故於左右之互易者而加之和從乎和之盈自若也以言乎減本以左兩盈減右兩朒故朒從乎盈而和較相値今以左朒減右盈以右朒減左盈是兩盈中各減一朒兩盈中各減一朒即兩盈中共減兩朒此兩盈即兩和本於兩和中減去兩較雖縱橫互易而減差不易故減兩和而

爲較加兩較而爲和也其或盈朒互而和較純皆同名則用加減不可互均用加則和較之仍和較自若也均用減於左盈減右朒是左右各減一同數之朒也左四中減去右三是左右各減去一三於右盈減左朒是亦左右各減一同數之朒也右六中減去左二是左右各減去二左右所減皆同則兩盈之減餘雖朒於兩和而差則存而不改故減兩和即兩盈之差而較從乎和兩較相減減餘必屬較之盈故減兩盈而和從乎較之盈也以兩和列於下其上中必兩較以兩較列於下其兩和或在上或在中或上中各一和一較以一和一較列於下其上

或兩較或亦一和一較且舉其下正所以求其上中故曰和較之名不可以彊分勿菴分和較之名自其下列者而名之耳

和九　較六　較三　三二一皆朒於六

和三　較二　較一　四二是朒之純

和六　較四　較二　六四二皆盈於三

和三　較二　較一　二一是盈之純

右和較純盈朒純加減純

較七　和八　較一

和三　較二　較一

較四　和六　較二
較一　和四　較三

較七　較一　和八
和三　較一　較二
較四　較二　和六
較一　較三　和四

右二圖和較互盈朒純加減互

較七　較八　和十五
較三　較六　和九

三朒於四六盈於二九
盈於六六是朒與盈互

較四　較二　和六　四盈於三二朒於六六朒於九是盈與朒互

較一　和四　較三

右和較純盈朒互加減純

較七　和八　較一

較三　和六　較三

和四　較二　較二

較一　較四　和五

右和較互盈朒互加減互

以兩朒減一盈則有一和三較和較純盈朒純用加減純所得和從乎和較從乎較和較互盈朒純用加減互

所得和從乎和之盈較從乎較和較純盈朒互用加減純用加則所得之和從乎和用減則變兩和兩較而所得之兩和從乎較之盈和較互盈朒互用加減互於互用加則所得之和從乎和之盈於互用減則變兩和兩較而所得之兩和從乎一和一較之盈

一和三較與一和二較理同惟和較純盈朒互者用加和從乎和用減從乎較之盈雖亦與一和二較之例同乃用減則一和變爲二和三較變爲兩較者何也於本行和內以和之盈爲本行減去彼行之和而償以彼行較數之盈者是本行之和內減彼行兩朒較也於

本行兩盈較本行之和盈於彼行則本行必有兩盈較各減一彼行之朒較與本行之和為同少彼行之兩朒較矣惟和數槩三較之總此止兩較則和內尚多一較既於彼行所儧較中減去此尚多之較數則此和彼較之減餘自與兩較之減餘相等此所以變也若和較盈朒皆互於互用加與盈朒之未互者同和仍依乎和之盈也於互用減則本行之和與彼行之和各減去一較則兩和之減餘即其餘四較之總數也

和十五	較七	較五	較三
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
和六	較三	較二	較一

和九　較四　較三　較二
減　減　減
和三　較一　較一　較一

右和較盈朒加減皆純

和十　較七　較二　較一
加　加　減　減
和九　較四　較三　較二

較一　和三　較一　較一
減　減　加　加
和八　較一　較四　較三

右和較互盈朒純加減互

和十五　較五　較六　較四
加　加　加　加
和六　較三　較二　較一

和九減較三　較二減較一　較四減和二　較三減和二

右和較純盈朒互加減純

較十加和六　和十二加較三　較一減較二　較一減較一

較四減和二　和九減和六　較三加較五　較二加較三

右和較互盈朒互加減互

以一朒減兩數之盈，必有兩和兩較，和較純盈朒純，則用加減純所得，和從乎和，較從乎較，和較互盈朒純，則

用加減互所得和從乎和之盈較從乎較和較純盈朒互則用加減純加得之和從乎兩和減得之和從乎一和一較和較互盈朒互而和之盈不互則用加減互減餘在左兩和從乎左減餘在右兩和從乎右和較互盈朒互而和之盈亦互則用加減互所得爲三較一和於和之盈用加則和從乎和之盈於和之盈用減則和從乎較之並

兩和兩較其理與一和兩較一和三較同惟多一和則多一盈朒和之盈和之朒多一盈朒則多一互矣其和較盈朒皆純及和較互盈朒純者皆無異於一和兩較

之理若和較純盈朒互其純加亦無異惟純減則兩和互從於一和一較者葢兩和與兩較其數本同今兩和用其朒以減隔行之盈用其盈以受減於隔行之朒兩較亦然夫本行之兩和兩較隔行之兩和兩較犬牙相錯數屬參差必不能於既減之後使兩和之數仍同兩較之數故減得之兩和不能從乎原有之兩和亦不能從乎原有之兩較也但本行之兩和兩較數既相當而隔行之兩和兩較數亦相當故之於和之朒者收之於較之盈奪之於和之盈者償之於較之朒葢兩和與兩較始之數同既減而數不同

以同者相消息爲不同也。一和一較與一和一較始之數不同。旣減而數必同。以不同者相消息而爲同也。故兩和必互從於一較一和。然一較一和。又必一盈一朒相消息。故兩和所從。和盈則較朒。較盈則和朒也。其和較盈朒皆互。而和之盈有互不互者。葢兩和兩較。左右相錯。必有一和一較之不相錯皆互則四位均爲異名。純用加減矣不相錯者在和較之盈則相錯者皆從乎盈。故兩和加減仍得和。兩較加減仍得較。其餘一和一較。亦和較互從。亦消息之勢然也。所互之和較在盈。其三位皆從之則相加爲三位之和。和較互。斯兩

較皆盈故於和較之互用減兩較用加則三位從兩較之盈而和即屬於兩較至此則兩和兩較變而爲一和三較勿菴所謂較變和也夫一和二較及一和三較和較必不可通易惟二和二較數本相當位亦相等和可謂之較較亦可謂之和然和較無定而盈朒有定加減之際則不容少紊矣

和九	和七	較五	較十一
長	長	長	長
和三	和二	較一	較四

和六	和五	較四	較七
減	減	減	減
和三	和三	較三	較三

右和較純盈朒純加減純所得和較亦純

和九　較二　和四　較十一

加　減　減　加

和三　和二　較一　較四

和六　較四　和五　較七

減　加　加　減

和三　較六　和六　較三

較七　和七　和三　較三

加　加　減　減

和三　較一　和二　較四

較四　和六　和五　較七

減　減　加　加

較一　和五　和七　較十一

右二圖和較互盈朒純加減互所得兩和從乎兩和之盈和六和五皆盈於和三和二故所得之和從之

和七 盈 和八 盈 較六 盈 較九
和三 　 和六 　 較一 　 較八

和四 朒 和二 朒 較五 朒 較一
較一 　 和四 　 和四 　 較七

右和較純盈朒互加減純加得兩和仍從兩和減得兩和互當一和一較加得兩和七八仍當兩和三六減得兩和一當和二一當較五

和七 和四 較六 較五

和三 和六 較一 較八

較四 和二 和五 較三

較一 和八 和四 較十一

右和較互盈朒互加減互減餘在左者所得兩和從左之兩和減餘在右者所得兩和從右之兩和所互之盈朒同名不互故和各從和六一當二五爲盈朒互兩和爲同名

較七 較四 較四 和十五

和三 和六 較一 較八

和四 較二 和五 較七

較一　和八　較六　較一

右和較互盈朒互加減互所互之盈朒不同名則變爲三較一和所互用加則和從和之盈用減則和從較之盈（和六於和五爲盈和八從之較八較七相盈和十五從之）以一和三較與兩和兩較相當則和較不能皆純必三加而一減或三減而一加其盈朒純者盈屬乎一和三較所得亦從之爲一和三較盈屬乎兩和兩較所得亦從之爲兩和兩較其盈朒之互左右各兩者若互於縱不互於橫則所得均一和三較若互於縱復互於橫則所得均兩和兩較均一和三較者加則和從乎加之盈

減則和從乎減之盈均兩和兩較者加則兩和從乎兩和減則兩和從乎一和一較其盈朒之互左右三之一者或左三盈或右三盈若互於縱不互於橫用三加一減仍得乎一和三較若互於縱復互於橫用三減一加亦得乎一和三較而和皆從乎加數之盈者

循因方程而探究加減之原其大略有三矣然兩和兩較與一和三較均爲四位亦可相雜以求之因得六例無和較純者一則兩和兩較一則一和三較三位同名必有一位異名或有三位異名必有一位同名和當和較當較爲同名和當較爲異名同名異名有三故加減有三

也盈在一和則得一和盈在兩和則得兩和者數必從乎盈也左右各兩盈故或加或減所得正同惟互之二位一位皆盈一位皆朒此兩位者一行合之爲其餘二較數之和一行以一總數帶一較數以較比總總中尚鈌其餘二較之數既以三較之和與兩較之和相加以比五較之合數尚少一和數故減去此和卽得一和三較也若於此兩和中減彼一和則於兩較中減其三較可矣然盈朒相互以彼朒較減此盈較者又以此朒較減彼盈較此和已分爲二彼和專位於一不可並二以減一據二以受三也惟本行

兩和原同兩較之數今於兩和減彼和而加彼之較則消息之猶少彼之兩較（彼一和與三較同數減一和償一較是仍少二較）是本行兩和比本行兩較少彼行兩較也於本行兩較中減去彼行一較是仍比兩和多一彼行較數若以彼行較數合入本行兩和則數平於本行兩較矣於兩行兩較中取一較與彼較相減然後以減餘與本行兩和合則數平於本行之一較矣故亦得一和三較也和之所從在加則相加之至盈在減則減餘之至盈仍從乎盈而已矣若互之二位既左右兩盈又上下相錯相加之數與減餘之數無至盈者故所

得皆兩和兩較耳其三加一減也於兩和中減一較加一和則比本行兩較多一彼行兩較之數以彼行兩較加入本行兩較其數齊矣其數齊則兩和仍從乎兩和也若以本行之朒和減彼行之和以本行之盈和加彼行之較則數已浮乎所餘之兩較並浮乎本行之兩較亦且浮乎四較之合數四與十一共十五多於一九二一圖見後則四較或加或減皆不合矣故以此和加彼較必多於此和減彼和因互減兩較以減餘之盈者補彼受減之和以減餘之朒者合彼既加之較而其數平於是兩和必當一和一較也若所互之盈左右不

等或三或一則所得亦不相等在左右互上下不互加則爲一和減則爲兩和者（加減指三加三減非純加純減）兩盈加爲至盈減餘無至盈也左右互上下亦互加則爲兩和減則爲一和者彼三位加無至盈此一位加爲至盈也至於一和兩和之故仍前之理而已矣

和十一　較四　較二　較五

和九　較三　較三　較三

和二　較一　和一　較二

和七　較二　較四　較一

右盈屬一和三較　九三三三皆盈於二一一二

和十二　較十四　和三　較一

較三　和六　較一　較二

和九　較八　和二　較三

和六　較二　和一　較五

右盈屬兩和兩較九八二三皆盈於三六一二

和十四　較一　較十　較三

和六　較三　較一　較二

和八　和二　較九　較一

較二　較五　和八　較一

右左右各兩盈八九盈於六一三二盈於二一盈朒互於縱不互

於橫六八皆盈於二三故橫不互

和四　較十一　和八　較一

與　皆　與　與

和六　較三　較一　較二

和二　和八　較九　較一

皆　與　皆　皆

和八　和五　較十　較三

右盈朒縱橫皆互八九盈於三一六二盈於二一六與二互三與八互六與三互二與八互

和十五　較十　較一　較四

皆　皆　與　皆

和六　較二　較三　較一

和九　較八　和二　較三

與　與　皆　與

和三　較六　和五　較二

右盈朒之互左右三之一（一行九八三盈於六　二一一行三三盈於二）互

於縱不互於橫（六九盈於二八是橫不互九　盈於六三盈於二是縱互）

和七　較八　和六　較五

行　是　是　與

較三　和六　較一　較二

和四　較二　和五　較七

與　與　與　合

較一　較四　較四　和九

右盈朒之互左右三之一（一行四五七盈於三　二一行六盈於二）縱

橫皆互（三六與四二爲縱互　三四與六二爲橫互）

上兩數同下三數純盈純朒而相加之兩色相當均用

減則變和相加加之兩數雖不相當而以相當之一色與兩差同加減較亦變和上兩數同下三數盈朒雜均用減則較亦變和純較數不可以相加變和必一和一較而上兩數同下三數純盈純朒也

梅勿菴方程論和較變立例最詳於和之變較止一例減餘分在兩行者是也較之變和例則有三減餘或有一行內皆正或皆負一也雖減餘分在兩行而一行餘正物一行餘負物二也兩異并皆左正右負或皆左負右正三也總而言之則曰隔行之同名乃本行之異名隔行之異名乃本行之同名循因推而

言之。此皆爲互乘之後首位減盡以言之也。首位同正。二位三位同負。兩差卽負多於正之數。今減去首位兩正。則兩差較四負。恰每行少一正之數。兩正之數既同。則兩差所各少者。雖於四負有殊。而於差之差。實無增減。蓋於兩差。每加一正數。卽爲四負之和數。今雖每少一正數。而相減之差。與四負之和數等。是雖兩較之用減。不啻兩和之用減也。兩和用減。而減餘在一行。仍不變。在兩和仍爲和。在兩較則變爲和矣。首位不同正。一正一負或二位同正。或三位同正。必於首位及不同之一色用減。其同之一色。及兩差用

加何也首位數同必減去所存兩行其一行減去一正存兩負一差差卽兩負多於一正之數以差較兩負必少首位一正之數其一行減去一負存一正一負一差以一正較一負所餘必較一差少首位一負之數以多於一正之數補少於一負之數則兩行之差一爲兩負之和一爲一負一正之較雖兩較之用加減不啻一和一較之用加減也一和一較之法兩盈在和及差數用加者皆爲和數此兩負皆盈而兩差用加在一和一較從乎和者在兩較變爲和矣此二者皆必下三位純盈純朒若三位盈朒雜錯首位

既用減則下三位若皆用減則必無一行餘正一行餘負之理勢必兩負不能相當而後可兩負既不能相當則首位用減盡下三位止有兩加一減何有減餘分左右而一正二負乎勿菴之言一行餘正物一行餘負物當謂盈朒分於兩行一行盈屬正一行盈屬負以首位減盡下三位爲減餘非謂三位用減之餘也一行盈屬正一行盈屬負其用加減而變和之理與純盈純朒之用加減同若所謂異加必皆左正右負或皆左負右正者此兩較中所必無葢左右之正負兩位皆同則其主客必相當主客既相當則首

位用減下三位亦必隨之而減無所為異加矣若主客不相當則首位用減中二位必一加一減無兩位用加之理細求之葢謂一和一較之三色者言之也一和一較則和之一行不分主客正則皆正負則皆負較之一行或首色盈於中二色或首色朒於中二色惟差數從之以為加減而中兩色皆用加故得有兩異并成和數之理也差數從之以為加減奈何首色盈於中二色則差數為中二色少於首色之數首色朒於中二色則差數為中二色多於首色之數兩首色既同數減盡則和之中二色較其和數必少一

首色今以和之中二色與較之中二色相加若較之中二色視首色少一差數必以差減總蓋和之中二色較總數少一首色之數所補入較數之中二色仍少一差故必於總中去一差也若較之中二色視首色多一差數必以差加總蓋和之中二色較總數少一首色之數所補入較數之中二色反多一差故必於總中加一差也相加得和必一行為和數乃可若較數下為兩差未有相加而得和者矣勿菴之論方程極為精確而疑似之際尤宜辨而明之

一正 二負 三負 四

一 減	正	
二 減	四	負
二 減	五	負
四 減 變和	八	

右圖上兩數同下三數純盈純朒而四五八皆盈二三四皆朒相加之兩數相當二與三相加爲五四與五相加爲九兩兩相當用減則變和四爲二二之和勿菴所云一行皆正一行皆負也

一 減	二	
二 減	四	二
八 加	五	三
一十 加 變和	八	二

右上兩數同下三數純盈純朒相加之兩數雖不相當一與三相加爲四四與五相加爲九三五相當一四不相當而以相當之

一色卽三五與兩差二八與同加減加則俱加減則俱減較亦變

和二較三餘一今餘二是多餘一矣四五和九今和八是少一矣故以三加五則以多補少矣

(二)正　(四)盈屬正　三負　二正

減盡　加得六　減餘二　加得八

一正　(二)負　(五)盈屬負　六負

右圖首兩數同下三數盈朒雜四盈於二五盈於三雜用加減則較亦變和勿菴所謂減餘分在兩行一行餘正物一行餘負物也減必同名故首兩一皆正左行二五六皆負右行四二皆正三屬負三五兩負相減四二二六皆用加

六　(二)　(三)　差數一

六

四　六

五　八

總數十五　十四變和

右圖梅氏所謂與加皆左正右負或皆左負右正亦和數是也然必一和一較乃有之總數爲和純差數爲較數不可以相加變和也